GUÍA DE ACTIVIDADES DE POLINOMIOS

1) Indicar cuales de las siguientes expresiones son polinomios:

a) $A(x) = 4x + 5x^3 - 3.124x^2 + 0.000001x^6$

b) $B(x) = 2x^2 + x^{\frac{1}{2}} - 2$

c) $C(x) = x^{-3} + x^{-2} + x^{-1} + 1$

d) $D(x) = 3\pi x^3 + 2\pi x^2 + \pi x$

e) $E(x) = 3x^{3\pi} + 2x^{2\pi} + x^{\pi}$

f) $F(x) = 3^x + 2^x + 1^x$

g) $G(x) = 2x^4 + 3x^2 - \frac{1}{x^7} + 5x^3$

2) Para cada uno de los polinomios de la actividad 1), indicar el grado, el coeficiente principal y el término independiente.

3) Señalar cuales de las siguientes expresiones son monomios. En caso de que lo sean, indicar su coeficiente y su grado:

$A(x) = -2x^9$ $\quad$ $B(x) = 2x^{-9}$ $\quad$ $C(x) = \pi x^{\pi}$

$D(x) = 3x^{\frac{1}{4}}$ $\quad$ $E(x) = -x^{220}$ $\quad$ $F(x) = x^{\sqrt{3}}$

G(x) = - 30 $\quad$ H(x) = x^{π} $\quad$ $I(x) = \frac{1}{2x^6}$

4) Dados los siguientes polinomios, ordenarlos, indicar si son mónicos y escribir su coeficiente principal y su grado:

a) $G(x) = -5x + 3x^5 - x^2 + 2x^4 - 9$

b) $H(x) = 16x - x^4 - 2x^3 + x^6 + 1 + 4x^2$

c) $L(x) = 3x^7 - 2x^2 - x^9 + x^4 + 6x^5 - x^6$

d) $J(x) = 10x - \frac{3}{5}x^4 - x^2 + 4x^3 - \sqrt{2}$

5) Hallar los valores de **"a"** $\in \mathbb{R}$ que hacen que H(x) sea un polinomio de grado tres:

$$H(x) = x^{[3+0.5(2a^2-3a-2)]} + x^a$$

6) Con los polinomios del ejercicio 4), hallar:

G (-2), H (2), L (-1) y J (0).

7) Hallar A(x) + B(x), siendo

$$A(x) = 2x - 8x^3 + 5x^2 \qquad B(x) = -x^6 + x - 4x^2 - 2x^7 + 7x^2$$

8) Calcular C(x) – D(x) con los polinomios:

$$C(x) = 2x^3 + 4x^4 - 9x^2 + 8 \qquad D(x) = x^5 - 1$$

9) Considerar $P(x) = 4x^3 - 2$; $Q(x) = -4x^3 + x$; $R(x) = 6 - x$. Coloquen el símbolo $<$; $=$ o $>$ en la línea de puntos, según corresponda (gr : " grado de "):

gr [P(x)]…….gr[P(x)+Q(x)]………gr[P(x)+Q(x)+R(x)]

10) Hallar el opuesto de: $-[x^3 + 8 - (-x^5 + 2x^4)]$

11) Hallar P(x) en: $2x^5 - 4x^4 - P(x) = x^3 + 2x^4 - 3$

12) Realizar las siguientes operaciones:

a) $(2x^4 - 8x + x^3) + (2x^3 - x^4) - (-2x + x^3 - 2x^4) =$
b) $-[-(3x^5 - 2x^4 + x) - (5x^4 + x - x^5 - 3x^3)] =$
c) $-[-(-x^3 + x^2 + x^5 - x^4)(-2) + 2x - 4x^3] - x^5 - 1 =$

13) Hallar el valor de "a" $\in \mathbb{R}$ para que la siguiente operación, dé como resultado, un polinomio de grado cuatro:

$$(3x^4 - 8ax^5 + 4x^3) - (2x^5 - ax^3) - (2x^2 + ax^5 - 7x^4) =$$

14) A un polinomio P(x) se le suma el opuesto del opuesto de P(x). ¿Cuál es el resultado final?

15) Dados los siguientes Polinomios:

$P(x) = 4x^3 + x^2 - 2x - 13$ $Q(x) = 2x^2 + 3x + 9$ $R(x) = -x^3 + 2$

$S(x) = x - 5$ $T(x) = 2x^2$

Calcular:

a) $3.Q(x)$
b) $-5.S(x)$
c) $P(x) + Q(x)$
d) $Q(x) + R(x)$
e) e) $S(x).R(x)$
f) $T(x).R(x)$
g) $P(x) + 4.R(x)$
h) $Q(x) - P(x)$
i) $T(x).Q(x)$
j) $Q(x).R(x)$
k) $T(x).S(x).R(x)$
l) $\left(Q(x)\right)^2 - P(x)$

16) Dados los siguientes polinomios, reducirlos a su mínima expresión:

a) $P(x) = (x+2).(x-2) =$
b) $P(x) = (3-5x).(3+5x) =$
c) $P(x) = (-2x-3).(3x+6) =$
d) $P(x) = 2x^2.(2x+1-10x^2) =$
e) $P(x) = (x+3).(2x+2)-(6x+10) =$
f) $P(x) = 2x^2.(x^2+1) =$

17)

i. Analizar en cada ítem, si es posible realizar la división entre los polinomios dados. En caso afirmativo usar el algoritmo de la división para encontrar el cociente y el resto:

b) $(8x^4-8x^2+6x+6):(2x^2-x)$
c) $(x-x^2+7):(x^4)$
d) $(5x+2x^3-3):(x+2)$
e) $(8x^4-8x^2+6x+6):(2x^5-1)$
f) $(x^3-x^2+7):(x-1)$
g) $(x^3+9x^2-3x-1):(2x-1)$
h) $(3x+4x^2+x^3-2):(x+2)$
i) $(-8x^5+10x^4-8x^3-11x^2+17x+9):(2x^2+3x+1)$

ii. Verificar cada resultado teniendo en cuenta la relación entre dividendo, divisor, cociente y resto.

$$(P(x) = Q(x).C(x) + R(x))$$

iii. Escribir el resultado de las divisiones dadas teniendo en cuenta que: $\frac{P(x)}{Q(x)} = C(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$

18) Se dan los siguientes polinomios

$P(x) = -x^2 - 6x + 4$ $\quad Q(x) = x - 1$ $\quad R(x) = x^2 + 6x - 4$ $\quad S(x) = 4 - x^2$

Se pide, obtener mediante operaciones entre los mismos, un polinomio con las características indicadas en cada caso:

a) De dos términos
b) De grado 3.
c) De grado 5.
d) Nulo.
e) Sea un monomio en "x" con coeficiente positivo.
f) sea un cuatrinomio de 3er grado.

19) Dadas las siguientes divisiones:

a) $(x^4+x^3-2x^2+3x-1):(x-2)$
b) $(x^5-32):(x-2)$
c) $(8x^4-8x^2+6x+6):(2x^5-1)$
d) $(-2x^4+x^2+4):(x+3)$
e) $\left(\frac{1}{8}-x^3\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)$

f) $(x - x^2 + 7) : (x^4)$

g) $(x^4 - 3x^3 - 2x + 1 + 7x^2) : (x + 2)$

i. Analizar si en todos los casos se puede utilizar el teorema del resto para establecer si el polinomio dividendo es divisible por el polinomio divisor. Hacerlo caso de ser posible.

ii. Cuando sea posible factorearlo en término del divisor, aplicando la regla de Ruffini para encontrar el cociente.

20) Dadas las siguientes expresiones indicar cuál o cuáles son iguales a $(2uv)^2 + (u^2 - v^2)^2$

a) $2uv$

b) $u^2 - v^2$

c) $u^2 + v^2$

d) $(2uv)^2 + (u^2 + v^2)^2$

Respuestas de las actividades propuestas

1)

a) Es un polinomio.
b) No es un polinomio
c) No es un polinomio
d) Es un polinomio
e) No es un polinomio
f) No es un polinomio
g) No es un polinomio

2)

a) $gr[A(x)] = 6;\ \ CP: 0{,}000001;\ \ \ TI: 0$

d) $gr[D(x)] = 3;\ \ CP: 3\pi;\ \ \ TI: 0$

3)

$A(x) = -2x^9$ *Es un monomio de grado* 9 *y* $CP: -2$
$B(x) = 2x^{-9}$ *No*
$C(x) = \pi x^{\pi}$ *No*
$D(x) = 3x^{\frac{1}{4}}$ *No*
$E(x) = -x^{220}$ *Monomio, grado* $220; CP: -1$
$F(x) = x^{\sqrt{3}}$ *No*
G(x) = -30 Monomio grado 0; CP: - 30
H(x)=x^{π} *No*
$I(x) = \dfrac{1}{2x^6}$ *No*

4)

a) $G(x) = -5x + 3x^5 - x^2 + 2x^4 - 9$
$G(x) = 3x^5 + 2x^4 - x^2 - 5x - 9$ *No es mónico*; $CP: 3; gr[G(x)] = 5$

b) $H(x) = 16x - x^4 - 2x^3 + x^6 + 1 + 4x^2$
$H(x) = x^6 - x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 16x + 1$ *es mónico*; $gr[H(x)] = 6$

c) $L(x) = 3x^7 - 2x^2 - x^9 + x^4 + 6x^5 - x^6$
$L(x) = -x^9 + 3x^7 - x^6 + 6x^5 + x^4 - 2x^2$ *No es mónico*; $CP: -1; gr[L(x)] = 9$

d) $J(x) = 10x - \frac{3}{5}x^4 - x^2 + 4x^3 - \sqrt{2}$
$J(x) = -\dfrac{3}{5}x^4 + 4x^3 - x^2 + 10x - \sqrt{2}$ *No es mónico*; $CP: -\dfrac{3}{5}; gr[J(x)] = 4$

5) Para que el polinomio sea de grado 3, el paréntesis del exponente debe ser cero:

$$2a^2 - 3a - 2 = 0$$
$$a_{12} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4.2.(-2)}}{2.2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{4}$$
$$a_1 = 2;\ \ a_2 = -\frac{1}{2}$$

La primera de las soluciones tiene sentido en el contexto del problema, entonces:

$$H(x) = x^3 + x^2$$

6)

$G(-2) = 3(-2)^5 + 2(-2)^4 - (-2)^2 - 5(-2) - 9 = -67$

$H(2) = 2^6 - 2^4 - 2.2^3 + 4.2^2 + 16.2 + 1 = 65$

$L(-1) = -(-1)^9 + 3(-1)^7 - (-1)^6 + 6(-1)^5 + (-1)^4 - 2(-1)^2 = -10$

$J(0) = -\frac{3}{5}0^4 + 4.0^3 - 0^2 + 10.0 - \sqrt{2} = -\sqrt{2}$

7)

$$\begin{array}{rl} & A(x) = 0.x^7 + 0.x^6 + 0.x^5 + 0.x^4 - 8.x^3 + 5.x^2 + 2x + 0 \\ + & B(x) = -2.x^7 - x^6 + 0.x^5 + 0.x^4 + 0.x^3 + 3.x^2 + x + 0 \\ \hline & A(x) + B(x) = -2.x^7 - x^6 + 0.x^5 + 0.x^4 - 8.x^3 + 8.x^2 + 3x + 0 \end{array}$$

8)

$$\begin{array}{rl} & C(x) = 0.x^5 + 4.x^4 + 2.x^3 - 9.x^2 + 0.x + 8 \\ + & (-D(x)) = -x^5 + 0.x^4 + 0.x^3 + 0.x^2 + 0.x + 1 \\ \hline & C(x) - D(x) = -x^5 + 4.x^4 + 2.x^3 - 9.x^2 + 0x + 9 \end{array}$$

9)

gr [P(x)]…>….gr[P(x)+Q(x)]……>…gr[P(x)+Q(x)+R(x)]

10) $-\{-[x^3 + 8 - (-x^5 + 2x^4)]\} = -\{-[x^3 + 8 + x^5 - 2x^4]\} =$

$= -\{-x^3 - 8 - x^5 + 2x^4\} =$

$= x^3 + 8 + x^5 - 2x^4$

11) $-P(x) = x^3 + 2x^4 - 3 - 2x^5 + 4x^4$

$P(x) = -x^3 - 2x^4 + 3 + 2x^5 - 4x^4$

$P(x) = 2x^5 - 6x^4 - x^3 + 3$

12)

a) $(2x^4 - 8x + x^3) + (2x^3 - x^4) - (-2x + x^3 - 2x^4) =$

$= 2x^4 - 8x + x^3 + 2x^3 - x^4 + 2x - x^3 + 2x^4 = -6x + 2x^3 - x^4 + 2x$

b) $-[-(3x^5 - 2x^4 + x) - (5x^4 + x - x^5 - 3x^3)] =$

$= -[-3x^5 + 2x^4 - x - 5x^4 - x + x^5 + 3x^3] =$

$= +3x^5 - 2x^4 + x + 5x^4 + x - x^5 - 3x^3 = 2x^5 + 3x^4 - 3x^2 + 2x$

c) $-[-(-x^3 + x^2 + x^5 - x^4)(-2) + 2x - 4x^3] - x^5 - 1 =$

$= -[-2x^3 + 2x^2 + 2x^5 - 2x^4 + 2x^2 - 4x^3] - x^5 - 1 =$

$= 2x^3 - 2x^2 - 2x^5 + 2x^4 - 2x^2 + 4x^3 - x^5 - 1 =$

$= -3x^5 + 2x^4 + 6x^3 - 4x^2 - 1$

13)

$= 3x^4 - 8ax^5 + 4x^3 - 2x^5 + ax^3 - 2x^2 - ax^5 + 7x^4 =$

$= -(8a + 2 + a)x^5 + 10x^4 + (4 + a)x^3 - 2x^2 =$

$Para\ que\ sea\ de\ grado\ 4\colon\ \ 9a + 2 = 0 \Rightarrow a = -\frac{2}{9}\ y\ con\ ese\ valor\colon$

$= 10x^4 + \frac{34}{9}x^3 - 2x^2$

14)

$P(x) + [-(-P(x))] = 2P(x)$

15)

a) $3.Q(x) = 3(2x^2 + 3x + 9) = 6x^2 + 9x + 27$

b) $-5.S(x) = -5(x - 5) = -5x + 25$

c)
$$\begin{array}{rl} & P(x) = 4x^3 + x^2 - 2x - 13 \\ + & \underline{Q(x) = 0x^3 + 2x^2 + 3x + 9} \\ & P(x) + Q(x) = 4x^3 + 3x^2 + x - 4 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{rl} & Q(x) = 0x^3 + 2x^2 + 3x + 9 \\ + & \underline{R(x) = -x^3 + +0x^2 + 0x + 2} \\ & Q(x) + R(x) = -x^3 + 2x^2 + 3x + 11 \end{array}$$

e) $S(x).R(x) = (x - 5)(-x^3 + 2) = -x^4 + 2x + 5x^3 - 10$

f) $T(x).R(x) = 2x^2(-x^3 + 2) = -2x^5 + 4x^2$

g) $P(x) + 4R(x) = 4x^3 + x^2 - 2x - 13 + 4(-x^3 + 2) = 4x^3 + x^2 - 2x - 13 - 4x^3 + 8 = x^2 - 2x - 5$

h) $Q(x) - P(x)$
$$\begin{array}{rl} & Q(x) = 0x^3 + 2x^2 + 3x + 9 \\ + & \underline{(-P(x)) = -4x^3 - x^2 + 2x + 13} \\ & Q(x) - P(x) = -4x^3 + x^2 + 5x + 22 \end{array}$$

i) $T(x).Q(x) = 2x^2(2x^2 + 3x + 9) = 4x^4 + 6x^3 + 18x^2$

j) $Q(x)R(x) = (2x^2 + 3x + 9)(-x^3 + 2) = -2x^5 + 4x^2 - 3x^4 + 6x - 9x^3 + 18$

k) $T(x).S(x).R(x)$= $2x^2(x - 5)(-x^3 + 2) = 2x^2(-x^4 + 2x + 5x^3 - 10) =$
$= -2x^6 + 4x^3 + 4x^5 - 8x^2$

l) $\left(Q(x)\right)^2 - P(x) =$
$$\begin{array}{rr} & Q(x) = 2x^2 + 3x + 9 \\ \times & Q(x) = 2x^2 + 3x + 9 \\ & 18x^2 + 27x + 81 \\ & 6x^3 + 9x^2 + 27x \quad \\ & 4x^4 + 6x^3 + 18x^2 \qquad\quad \\ & (Q(x))^2 = 4x^4 + 12x^3 + 45x^2 + 54x + 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} (Q(x))^2 = & 4x^4 + 12x^3 + 45x^2 + 54x + 81 \\ + \quad (-P(x)) = & 0x^4 - 4x^3 - x^2 + 2x + 13 \\ \hline (Q(x))^2 - P(x) = & 4x^4 + 8x^3 + 44x^2 + 7x + 94 \end{array}$$

16)

a) $P(x) = (x+2).(x-2) = x^2 + 2x - 2x - 4 = x^2 - 4$

b) $P(x) = (3-5x).(3+5x) = 9 + 15x - 15x - 25x^2 = 9 - 25x^2$

c) $P(x) = (-2x-3).(3x+6) = -6x^2 - 12x - 9x - 18 = -6x^2 - 21x - 18$

d) $P(x) = 2x^2.(2x + 1 - 10x^2) = 4x^3 + 2x^2 - 20x^4$

e) $P(x) = (\sqrt{x} + 5).(\sqrt{x} - 5) = x - 25$ $(La\ expresión\ original\ no\ es\ polinómica)$

f) $P(x) = (\sqrt{x} - \sqrt{2}).(\sqrt{x} + \sqrt{2}) + 1 = x - 4 + 1 = x - 3$
$(La\ expresión\ original\ no\ es\ polinómica)$

g) $P(x) = (x+3).(2x+2) - (6x+10) = 2x^2 + 2x + 6x + 6 - 6x - 10 =$
$2x^2 + 2x - 4$

h) $P(x) = 2x^2.(x^2+1) = 2x^4 + 2x^2$

17) i)

a) $(8x^4 - 8x^2 + 6x + 6):(2x^2 - x)$

$$\begin{array}{rrrrr|rr} 8x^4 & +0x^3 & -8x^2 & +6x & +6 & 2x^2 & -x \\ \cline{6-7} -8x^4 & +4x^3 & & & & 4x^2 & +2x \\ & & & & & & -3 \\ \cline{1-2} & 4x^3 & -8x^2 & & & & \\ & -4x^3 & +2x^2 & & & & \\ \cline{2-3} & & -6x^2 & +6x & & & \\ & & +6x^2 & -3x & & & \\ \cline{3-4} & & & 3x & +6 & & \end{array}$$

b) $(x - x^2 + 7):(x^4)$

$$No\ puede\ realizarse$$

c) $(5x + 2x^3 - 3) : (x + 2)$

$$
\begin{array}{cccc|ccc}
2x^3 & +0x^2 & 5x & -3 & x & +3 & \\
\cline{5-7}
-2x^3 & -6x^2 & & & 2x^2 & -6x & +23 \\
\cline{1-2}
 & -6x^2 & 5x & & & & \\
 & +6x^2 & +18x & & & & \\
\cline{2-3}
 & & 23x & -3 & & & \\
 & & -23x & -69 & & & \\
\cline{3-4}
 & & & -72 & & &
\end{array}
$$

d) $(8x^4 - 8x^2 + 6x + 6) : (2x^5 - 1)$

$$No\ puede\ realilzarse$$

e) $(x^3 - x^2 + 7) : (x - 1)$

$$
\begin{array}{cccc|cc}
x^3 & -x^2 & 0x & +7 & x & -1 \\
\cline{5-6}
-x^3 & +x^2 & & & x^2 & \\
\cline{1-2}
 & 0x^2 & +0x & +7 & &
\end{array}
$$

f) $(x^3 + 9x^2 - 3x - 1) : (2x - 1)$

$$
\begin{array}{cccc|ccc}
x^3 & +9x^2 & -3x & -1 & 2x & -1 & \\
\cline{5-7}
-x^3 & +\frac{1}{2}x^2 & & & \frac{1}{2}x^{2^2} & +\frac{19}{4}xxx & +\frac{7}{8} \\
\cline{1-2}
 & \frac{19}{2}x^2 & -3x & & & & \\
 & -\frac{19}{2}x^2 & +\frac{19}{4}x & & & & \\
\cline{2-3}
 & & \frac{7}{4}x & -1 & & & \\
 & & -\frac{7}{4}x & +\frac{7}{8} & & & \\
\cline{3-4}
 & & & -\frac{1}{8} & & &
\end{array}
$$

g) $(3x+4x^2+x^3-2):(x+2)$

x^3	$+4x^2$	$3x$	-2	x	$+2$	
$-x^3$	$-2x^2$			x^2	$+2x$	-1
	$2x^2$	$+3x$				
	$-2x^2$	$-4x$				
		$-x$	-2			
		x	$+2$			
			0			

h) $(-8x^5+10x^4-8x^3-11x^2+17x+9):(2x^2+3x+1)$

$8x^5$	$+10x^4$	$-8x^3$	$-11x^2$	$+17x+9$		$2x^2$	$+3x$	$+1$
$-8x^5$	$+12x^4$	$+4x^3$				$-4x^3$	$+11x^2-$	$\frac{37}{2}x+\frac{67}{4}$
	$22x^4$	$-4x^3$	$-11x^2$					
	$-22x^4$	$-33x^3$	$-11x^2$					
		$-37x^3$	$-22x^2$	$+17x$				
		$+37x^3$	$+\frac{111}{2}x^2$	$+\frac{37}{2}x$				
			$\frac{67}{2}x^2$	$+\frac{71}{2}x$	$+9$			
			$-\frac{67}{2}x^2$	$\frac{201}{4}x$	$-\frac{67}{4}$			
				$\frac{343}{4}x$	$-\frac{31}{4}$			

ii. Verificar cada resultado teniendo en cuenta la relación entre dividendo, divisor, cociente y resto. $(P(x)=Q(x).C(x)+R(x))$

a)

$C(x)=$	$4x^2$	$+2x$	-3
$Q(x)=$		$2x^2$	$-x$
	$-4x^3$	$-2x^2$	$+3x$

	$8x^4$	$+4x^3$	$-6x^2$		
	$8x^4$	$+0x^3$	$-8x^2$	$+3x$	
$R(x) =$				$3x$	$+6$
$P(x) =$	$8x^4$	$+0x^3$	$-8x^2$	$+6x$	$+6$

b) No se pudo dividir

c)

	$C(x) =$	$2x^2$	$-6x$	$+23$
	$Q(x) =$		x	$+3$
		$6x^2$	$-18x$	$+69$
	$2x^3$	$-6x^2$	$+23x$	
	$2x^3$	$+0x^2$	$+5x$	$+69$
$R(x) =$				-72
$P(x) =$	$2x^3$	$+0x^2$	$+5x$	-3

d) No se pudo dividir

e) $C(x).Q(x) + R(x) = (x^2)((x-1) + 7 = x^3 - x^2 + 7 = P(x)$

f)

	$C(x) =$	$\frac{1}{2}x^2$	$+\frac{19}{4}x$	$+\frac{7}{8}$
	$Q(x) =$		$2x$	-1
		$-\frac{1}{2}x^2$	$-\frac{19}{4}x$	$-\frac{7}{8}$
	x^3	$+\frac{19}{2}x^2$	$+\frac{7}{4}x$	
	x^3	$+9x^2$	$-3x$	$-\frac{7}{8}$
$R(x) =$				$-\frac{1}{8}$
$P(x) =$	x^3	$+9x^2$	$-3x$	-1

g)

	$C(x) =$	x^2	$+2x$	-1
	$Q(x) =$		x	$+2$
		$2x^2$	$+4x$	-2
	x^3	$+2x^2$	$-x$	
$P(x) =$	x^3	$+4x^2$	$+3x$	-2

h)

	$C(x) =$	$-4x^3$	$+11x^2$	$-\frac{37}{2}x$	$+\frac{67}{4}$
	$Q(x) =$		$2x^2$	$+3x$	$+1$
		$-4x^3$	$+11x^2$	$-\frac{37}{2}x$	$+\frac{67}{4}$
	$-12x^4$	$+33x^3$	$-\frac{111}{2}x^2$	$-\frac{201}{4}x$	
$-8x^5$	$+22x^4$	$-37x^3$	$+\frac{67}{2}x^2$		
$-8x^5$	$+10x^4$	$-8x^3$	$-11x^2$	$-\frac{275}{4}x$	$+\frac{67}{4}$
$R(x) =$				$\frac{343}{4}x$	$-\frac{31}{4}$
$-8x^5$	$+10x^4$	$-8x^3$	$-11x^2$	$+17x$	$+9$

iii. Escribir el resultado de las divisiones dadas teniendo en cuenta que: $\frac{P(x)}{Q(x)} = C(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$

a)

$$\frac{8x^4 + 0x^3 - 8x^2 + 6x + 6}{2x^2 - x} = 4x^2 + 2x - 3 + \frac{3x + 6}{2x^2 - x}$$

b) No se pudo dividir

c)

$$\frac{2x^3 + 0x^2 + 5x - 3}{x + 3} = 2x^2 - 6x + 23 + \frac{(-72)}{x + 3}$$

d) No se pudo dividir

e)

$$\frac{x^3 - x^2 + 0x + 7}{x - 1} = x^2 + \frac{7}{x - 1}$$

$$\frac{x^3 + 9x^2 - 3x - 1}{2x - 1} = \frac{1}{2}x^2 + \frac{19}{4}x + \frac{7}{8} + \frac{-\frac{1}{8}}{2x - 1}$$

f)

$$\frac{x^3 + 4x^2 + 3x - 2}{x + 2} = x^2 + 2x - 1$$

g)

$$\frac{-8x^5 + 10x^4 - 8x^3 - 11x^2 + 17x + 9}{2x^2 + 3x + 1}$$
$$= -4x^3 + 11x^2 - \frac{37}{2}x + \frac{67}{4} + \frac{\frac{343}{4}x - \frac{31}{4}}{2x^2 + 3x + 1}$$

18)

a) De dos términos

$P(x) + Q(x) + R(x) = (-x^2 - 6x + 4) + (x - 1) + (x^2 + 6x - 4) = x - 1$

b) De grado 3.

$$Q(x).S(x) = (x - 1)(4 - x^2) = 4x - x^3 - 4 + x^2$$

c) De grado 5.

$P(x) =$				$-x^2$	$-6x$	$+4$
$Q(x) =$				x^2	$+6x$	-4
				$4x^2$	$+24x$	-16
			$-6x^3$	$-36x^2$	$+24x$	
		$-x^4$	$-24x^3$	$+4x^2$		
		$-x^4$	$-30x^3$	$-28x^2$	$+48x$	-16
						$x - 1$
		x^4	$+30x^3$	$+28x^2$	$-48x$	$+16$
	x^5	$-30x^4$	$-28x^3$	$+48x^2$	$-16x$	
	x^5	$-29x^4$	$+2x^3$	$+76x^2$	$-64x$	$+16$

d) Nulo.

$$P(x) + R(x) = (-x^2 - 6x + 4) + (x^2 + 6x - 4) = 0$$

e) Sea un monomio en "x" con coeficiente positivo

$$R(x) + S(x) = (x^2 + 6x - 4) + (4 - x^2) = 6x$$

f) Sea un cuatrinomio de 3er grado.

$$Q(x).S(x) = (x - 1)(4 - x^2) = 4x - x^3 - 4 + x^2$$

19)

i. Analizar si en todos los casos se puede utilizar el teorema del resto para establecer si el polinomio dividendo es divisible por el polinomio divisor. Hacerlo en caso de ser posible.

a) $2^4 + 2^3 - 2.2^2 + 3.2 - 1 = 9$ No es divisible
b) $2^5 - 32 = 0$ Es divisible
c) No se puede usar el teorema
d) $-2.(-3)^4 + (-3)^2 + 4 = -162 + 9 + 4 = -149$ No es divisible
e) $-\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{8} = 0$ Es divisible
f) No es posible usar.
g) $(-2)^4 - 3.(-2)^3 + 7.(-2)^2 - 2(-2) + 1 = 73$ No es divisible

ii. Cuando sea posible factorearlo en término del divisor, aplicando la regla de Ruffini para encontrar el cociente.

b).

	1	0	0	0	0	-32
2		2	4	8	16	32
	1	2	4	8	16	0 = R

$$(x^5 - 32) = (x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 8x + 16)(x - 2)$$

e)

	-1	0	0	1/8
1/2		-1/2	-1/4	-1/8
	-1	-1/2	-1/4	0

$$\left(-x^3 + \frac{1}{8}\right) = \left(-x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

20)

$$(2uv)^2 + (u^2 - v^2)^2 = (2uv)^2 + u^4 - 2u^2v^2 + v^4 = u^4 + 2u^2v^2 + v^4 = (u^2 + v^2)^2$$

Ninguna de las expresiones es igual a la dada.